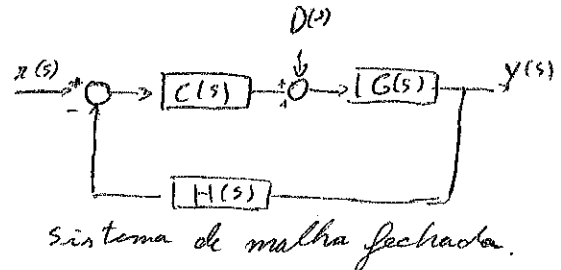
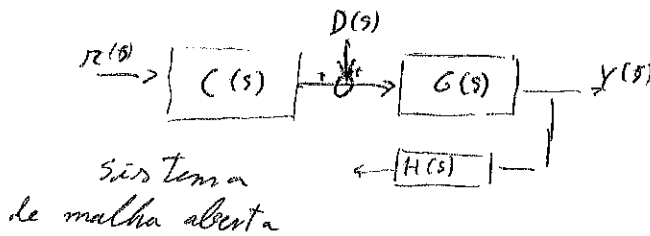


Questão ①

O objetivo do controle é garantir que um sistema dinâmico tenha um comportamento estável e adequado. Em um sistema de malha aberta, com saídas observáveis, a resposta não consegue compensar a eventuais distúrbios. Portanto, um sistema com um retorno do seu estado pode comparar com um sinal de referência e evitar a influência de possíveis distúrbios e garantir a estabilidade.



Nas figuras acima estão representados dois sistemas; um de malha aberta e outro de malha fechada e as funções  $G(s)$  do sistema a ser controlado,  $C(s)$  a função do controle,  $D(s)$  o distúrbio e a função  $H(s)$  representando os sensores.

Numa representação linear e invariante no tempo, podemos escrever as equações de controle e equivalentes no domínio de Laplace como:

$$Y(s) = \frac{C(s) G(s)}{1 + H(s) C(s) G(s)} R(s) + \frac{1}{1 + H(s) C(s) G(s)} D(s)$$

Isolando as parcelas do somatório da resposta como duas funções de transferência ~~em~~ e considerando a retro-alimentação unitária,  $H(s) = 1$ , obtém-se:

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad \text{e} \quad F_2(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}$$

Em ambas as funções de transferência, os polinômios dos denominadores são iguais ~~em~~ e as raízes são chamadas de polos. Logo, a escolha de um controlador influencia tanto na resposta pela entrada da referência  $R(s)$ , quanto na entrada pelo distúrbio.

Além disso, podemos encontrar a solução no tempo ao calcular a transformada inversa de Laplace, após expandir as funções de transferência em frações parciais. O primeiro passo é encontrar os  $p$  valores dos polos do polinômio do denominador,  $1 + C(s)G(s)$ .

$(p_1, p_2, \dots, p_n)$  são raízes de  $1 + C(s)G(s) = 0$ .

Sabendo que a transformada inversa de Laplace,  $L^{-1}$  de uma fração parcial  $\frac{1}{s+p_i}$  de polo  $p_i$  é:

$$L^{-1}\left(\frac{1}{s+p_i}\right) = e^{p_i t}, \quad \rightarrow \quad \begin{array}{c} y \\ \uparrow \\ \downarrow \\ t \end{array}$$

então se a parte real do polo for negativa, garante-se a estabilidade do sistema. Caso contrário, a função cresce exponencialmente. A estabilidade é garantida se todas  $\text{Re}\{p_i\} < 0$ .

Quando se observa a função de transferência  $H$  que relaciona a saída  $Y(s)$  pelo distúrbio  $D(s)$ , é importante que esta função seja zero quando  $t \rightarrow \infty$ . Desta forma a ação do controlador deve não só garantir que o distúrbio não amplifique a resposta, como também atenuar seus efeitos. Uma ferramenta útil para esta análise é o Teorema do Valor Final (TVF) que afirma que o valor em estado ~~estacionário~~ <sup>estacionário</sup> pode ser calculado como

$$Y_{ss}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \cdot D(s) = 0.$$

Em um sistema mecânico como o pêndulo ~~com~~, deseja-se projetar um controle tal que o ângulo permaneça na vertical.

Neste sistema, observa-se a variável  $\theta$  do ângulo e aplica-se um torque  $u(t)$  e está sob a influência da gravidade  $g$ . Escrevemos a equação do pêndulo como a seguinte Equação diferencial ordinária (EDO)

$$m l^2 \ddot{\theta} + m g l \sin \theta = u(t)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = \frac{u(t)}{m g l^2}$$

A função seno é não linear e a equação da dinâmica do pêndulo precisa ser linearizada no ponto fixo  $\theta = 0$ .

A equação linearizada do pêndulo é:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = \frac{u(t)}{ml^2}$$

Encontramos a função de transferência aplicando a transformada de Laplace em todos os termos e considerando condições iniciais nulas.

$$s^2 \Theta(s) + \frac{g}{l} \Theta(s) = \frac{U(s)}{ml^2} \rightarrow \left(s^2 + \frac{g}{l}\right) \Theta(s) = \frac{1}{ml^2} U(s)$$

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{ml^2} \frac{1}{s^2 + \frac{g}{l}} = \frac{K_1}{s^2 + \omega_n^2}, \text{ onde } K_1 = \frac{1}{ml^2} \text{ e } \omega_n^2 = g/l.$$

As raízes do denominador são um par de complexos conjugados e demonstram um comportamento harmônico do sistema.

$$p_{1,2} = \pm \omega_n i.$$

A resposta impulsiva resultará em movimento oscilatório em torno de  $\theta = 0$ . Para sistemas lineares, é comum utilizar controladores do tipo proporcional, P, derivativo, D, e integral I ou a combinação deles como PD, PI e PID. A função do controlador é converter o sinal de erro  $e(t)$  em um sinal de atuação. Logo, para o PID escrevemos

$$u(t) = K_p e(t) + K_D \dot{e}(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

$$L(u)_s U(s) = K_p E(s) + K_D s E(s) + \frac{K_I}{s} E(s)$$

$$u(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

Busca-se valores adequados de  $K_p$ ,  $T_o$  e  $T_i$  para que o pêndulo tenha um comportamento adequado segundo alguns critérios como tempo de assentamento, valor de sobressinal e valor de pico ou seja deseja que não haja oscilações (superdissipado) e principalmente, que não seja instável.

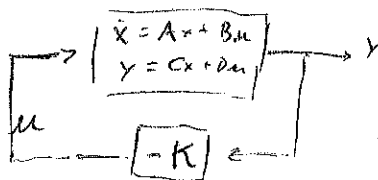
Costuma-se empregar o método de Ziegler-Nichols para uma sintonia inicial destes parâmetros de controle.

Se ~~se~~ representarmos o sistema dinâmico na forma de Espaço de Estado ainda é possível utilizar-se de outros tipos de controle, como o posicionamento de polos através de Ackermann pela fórmula  $K = [0 \dots 1] C^{-1} \alpha(A)$  e por LQR (Linear Quadratic Regulator). Define-se o espaço de Estado como

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{mL^2} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad D = 0$$

$$\begin{cases} \dot{X} = A X + B u \\ Y = C X + D u \end{cases}$$

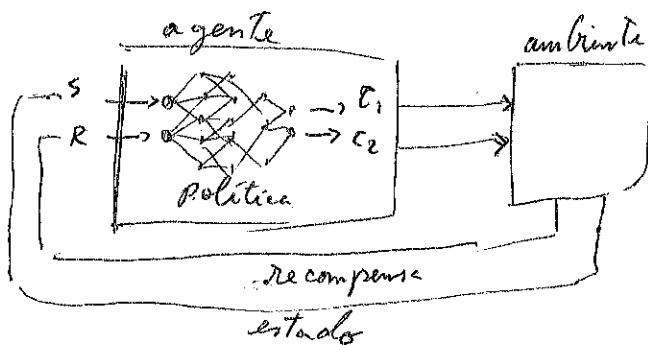
É o controle por espaço de Estado  $u = -K y$ . Assim, obtém-se



$$\begin{aligned} \dot{X} &= A x - K B C x \\ \dot{X} &= (A - K B C) x \end{aligned}$$

cuja solução é  $X(t) = e^{(A-KBC)t} X(0)$

Um exemplo de sistema mecânico é um "drone", que tem como objetivo permanecer em voo em uma altura determinada. Seguindo, uma política que recebe sinais de altura do sensor e de torque em suas hélices, este drone aprende iterativamente que aplicar torque o fará voar e será bonificado por isso. Para cada estado e ação, há então uma função de valor  $q(s, a)$ , onde "s" é o estado e "a" a ação que deve ser maximizada. O nome deste aprendizado é "Q-learning" e, no caso do drone, s e a são variáveis contínuas e para definir a política do agente, é comum empregar redes neurais.



A rede é treinada para maximizar as recompensas.

~~Outra~~ Comumente, encontra-se uma segunda rede neural chamada

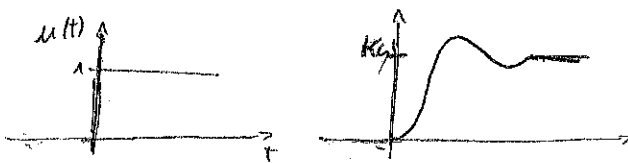
de crítica, que avalia a possível recompensa dada uma ação do agente. A avaliação desta segunda rede neural também é ~~uma~~ função de entrada a rede da política.

## Questão 2

Os sistemas dinâmicos são modelados de forma a compreender e reproduzir essencialmente o seu comportamento no tempo. Fenômenos que têm pouca influência no resultado podem não ser incluídos por razões de simplicidade e de eficiência na simulação. Idealmente, sabe-se os componentes e subistemas do sistema dinâmico para modelá-los. No caso de sistemas mecânicos, estes componentes são a massa, inércia, molas e amortecimentos, aos quais podemos aplicar os princípios básicos da física. Por fim, obtém-se em geral uma equação diferencial que ~~se~~ descreve o fenômeno físico com relativa precisão. Este é o conceito de um sistema "White Box", onde há todos os elementos necessários para compor o modelo. O modelo é baseado na física e pode ser controlado de acordo com as técnicas tradicionais de controle clássico ou moderno, se o ~~se~~ comportamento no tempo for observado através de sensores.

Entretanto, à medida que sistemas mecânicos se tornam mais complexos, ou se nem todos os componentes são conhecidos, é necessário utilizar uma base de dados para identificá-los e, por fim, poder controlá-los. Este é o conceito de "Grey Box" e "Black Box". Neste último, depende-se exclusivamente dos dados para entender o sistema e em seguida modelá-los.

Um sistema dinâmico descreve um comportamento no tempo quando uma função de entrada o excita. Normalmente, observamos a resposta em função de um impulso, degrau ou na frequência. Por exemplo, se a partir de uma entrada do tipo degrau, o sistema mecânico evoluir com oscilações, pode-se inferir que existem ao menos dois polos e que se trata de um sistema subamortecido. A figura <sup>abaixo</sup> exemplifica este comportamento.



Logo, sabe-se que o fator de amortecimento é  $\zeta < 1$  e que podemos propor a seguinte função de transferência:

$$H(s) = \frac{K \omega}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

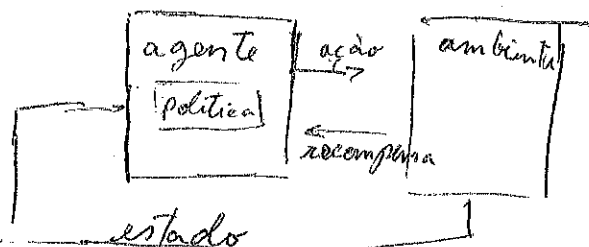
$\omega_n$  = frequência natural e  $K$  uma ganho.



Porém, ruídos costumam atrapalhar na identificação de sistemas e aplicar uma média ou funções de correlação da entrada e saída e da autocorrelação da função de entrada atenuam estes efeitos.

Estimativas recursivas também são úteis na identificação de parâmetros e quando o parâmetro converge, ~~o controle~~ a ação do controle torna-se efetiva.

Nos casos, nos quais nenhuma informação prévia é conhecida, um controle a base de dados é necessário para controlar o sistema mecânico. Uma das técnicas de controle a base de dados é o controle por Reforço por Aprendizado (RA). Neste sistema, para cada ação em um determinado estado é bonificado ou penalizado pelo ambiente e o controle deve maximizar estas recompensas para cumprir um objetivo. Em RA, há a figura do agente, que segue uma política para tomar uma decisão de ações. A cada ação, o seu estado muda no ambiente e o agente observa o resultado e recebe uma recompensa.



Comparando os métodos de controle baseados na física e nos dados, ~~é~~ é possível determinar algumas vantagens e desvantagens.

### Controle baseado na física

Vantagem: - Conhecimento total dos componentes.

- Projeto do controle leva a uma solução com erro mínimo.
- aplicação prática rápida.

desvantagem: - A simplificação do modelo, pode esconder fenômenos que podem levar à instabilidade.

- Soluções de modelos no contínuo numericamente, podem demorar muito tempo para convergir à solução.

### Controle baseado em dados

vantagem: - Adaptação do modelo ao ambiente e à mudança de parâmetros.

- Capacidade de modelar sistemas complexos

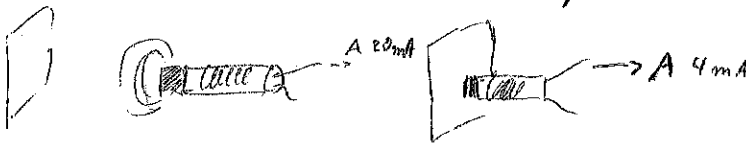
desvantagem: - O aprendizado custa muito e é necessário utilizar de ~~simulações~~ simulações para muitos testes iterativos.

- Aplicação na prática da rede treinada não é direta e requer treinos adicionais ~~na~~ experimentais.

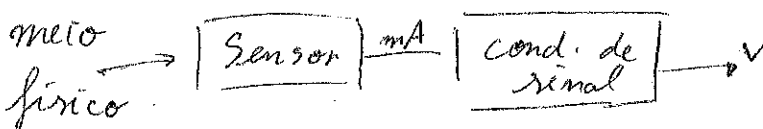
## Questão ③

Para aplicar um controle em uma bancada real, é necessário que haja certos componentes além do sistema mecânico.

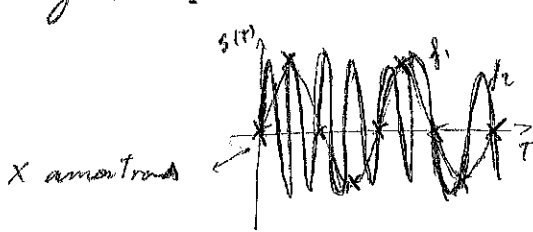
O primeiro componente é um conjunto de sensores que observam uma determinada grandeza e reproduz ~~o~~ o comportamento dela por meio de sinais elétricos. Usualmente estes sinais são analógicos como uma diferença de potencial (DDP) ou uma corrente elétrica de  $4 - 20\text{mA}$ . Um sensor de posição indutivo tem ~~um~~ campo magnético gerado na sua extremidade e quando um material metálico se aproxima dele, há mudança no campo e esta variação é proporcional à corrente emitida pelo sensor. Ilustrado na figura abaixo:



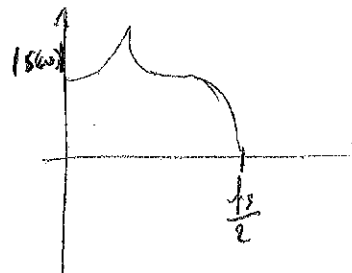
Estes sinais necessitam passar por um condicionador de sinal, que provê um ganho e uma filtragem de ruídos. A saída destes condicionadores é normalmente na faixa de  $-10\text{V}$  a  $10\text{V}$ .



Esta faixa de DDP está adequada para que o sinal seja enviado à placa digitalizadora ou conversor Analógico / Digital (A/D). Nesta etapa, o sinal analógico é amostrado em instantes regulares de tempo  $T$ , ~~consequentemente~~ um filtro analógico deve ser usado a priori projetado como passa-baixa para eliminar frequências acima da metade da frequência de amostragem. Este filtro chama-se de anti-alias e serve para evitar que frequência mais altas corrompam o sinal digital.

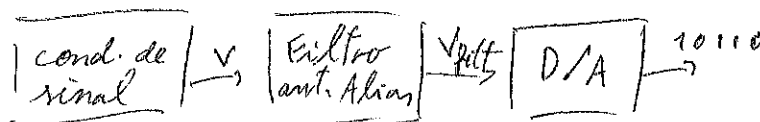


$$f_2 > f_1 = \frac{f_s}{2}$$



$f_s$  taxa de amostragem.

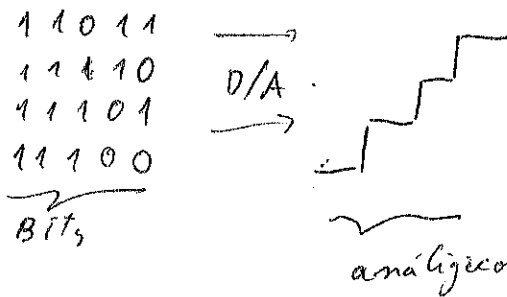
Em seguida o conversor digitaliza-se o sinal analógico de acordo com uma precisão binária. Em geral, 8 bits, 16 bits e 32 bits. No intervalo de  $-10V$  a  $10V$ , a precisão será de  $\frac{10V - (-10V)}{2^n}$ , onde  $n$  é o número de bits.



O sinal digital é enviado ao computador que contém a lógica de controle e a capacidade de mostrar ao usuário o estado atual do equipamento. Esta é a Interface-Homem-Máquina (IHM), que pode ser um monitor exibindo dados e gráficos a tempo real. A IHM pode ser local na estação de trabalho ou remota. Nestes casos, um sistema de comunicação entre componentes ou ligação com a internet é necessário. A IHM também pode permitir ao operador da máquina definir uma ação de controle manual, ou de parada de emergência.

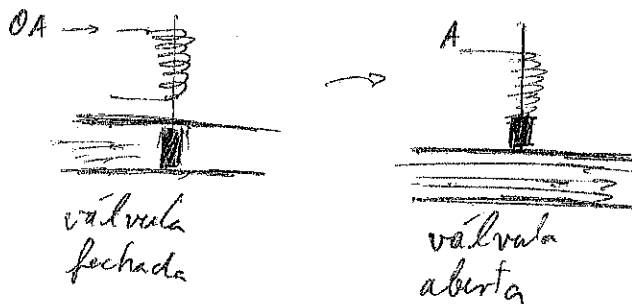
A lógica do controle está na programação do computador. Em instalações industriais é comum que esta etapa seja realizada por um Controlador Lógico Programável (CLP) em linguagem LADDER, C++/C, ~~ou~~ ou em microcontroladores como FPGAs e Arduinos e Raspberry Pi.

Uma sinal de controle é fornecido pelo computador/  
microcontrolador e deve passar por um conversor D/A,  
ou seja de digital para analógico e o sinal elétrico segue para



o sistema de atuação,  
como um rele que permite  
passar uma corrente mais  
elevada.

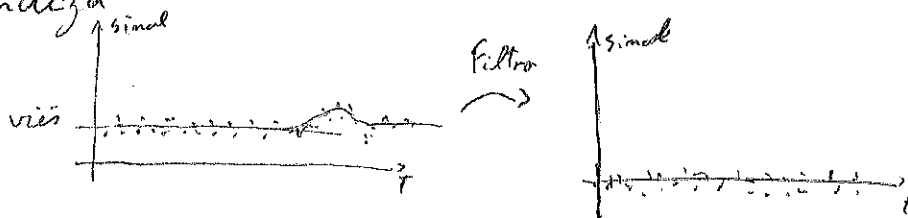
O sistema de atuação pode ser a abertura de uma válvula por  
um atuador elétrico linear. A corrente cria um campo magnético  
que pode abrir a válvula e permitir a passagem de  
um fluxo pneumático ou hidráulico.



Um sistema de pistão poderá expandir e realizar trabalho e  
agir conforme o sinal de controle no sistema  
mecânico.

Além disso, o operador tem a opção de incluir filtros digitais que atenuam frequências específicas que normalmente não fazem parte do sistema mecânico como a frequência de rede (60 Hz).

Um filtro rejeita banda ou "notch" é capaz de remover esta frequência para não prejudicar o controle. Ou aplicar um filtro passa alta que elimina alguma tendência no sinal de baixa frequência. Qualquer vies ou tendência prejudica a integração de uma grandeza.



Em alguns sistemas de monitoramento, inclui a presença de câmeras que auxiliam o controle na interpretação do ambiente para localização. Este sinais podem ser comparados com os sinais de sensores inerciais, que costumam ~~deixar~~ ter desvios ao longo da integração no tempo.

Filtros de Kalman também auxiliam na estimativa mais precisa dos dados e na fusão de sensores.